

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa e recupero II parte di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – 19 luglio 2016



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log \frac{x^2 - 9}{3x + 1}$$

Dominio	$E = (-3, -1/3) \cup (3, +\infty)$
Positività	$P = (-2, -1/3) \cup (5, +\infty)$
Intersezioni	$A(-2; 0) \quad B(5; 0)$

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = x^2 \cdot e^{3-x^2}$

Derivata prima	$f' = -2e^{3-x^2} \cdot x \cdot (x^2 - 1) \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$M(-1; e^2) \quad m(0; 0) \quad M(1; e^2)$ cresce in $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \log(x^2 + 25)$

Derivata prima	$f' = \frac{2x}{x^2 + 25} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{2(25 - x^2)}{(x^2 + 25)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-5; \log 50) \quad F_2(5; \log 50)$ convessa in $(-5, 5)$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{9x^6 + 4x^4 + 3x^2 + 5}}{(x^2 - 6x + 8) \cdot (x - 6)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{2, 4, 6\}$
As. verticali	$x = 2, x = 4, x = 6$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = +3 \quad (\text{in } +\infty); y = -3 \quad (\text{in } -\infty)$

Domande teoriche

- 1) Il legame tra continuità e derivabilità (punti 3)
- 2) La definizione di limite con valori finiti (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_1^3 \left(\frac{4\sqrt{x} + x}{\sqrt{x} + x} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^3 \cdot e^{-4x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $6\sqrt{x} + x - 6\log(1 + \sqrt{x})$ $-4 + 6\sqrt{3} + 6\log 2 - 6\log(1 + \sqrt{3}) \approx 4,52$
Integrale indefinito	$\frac{-1}{128} e^{-4x} \cdot (32x^3 + 24x^2 + 12x + 3) + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 5x + k \cdot y = 2 \\ -3x + y = k \\ 4x + 2y = 4 \end{cases}$$

Compatibilità	$k \neq -1/2; 0$: incompatibile $k = -1/2; 0$: sol. unica
Soluzioni	$k = -1/2$: $x = 1/2$; $y = 1$ $k = 0$: $x = 2/5$; $y = 6/5$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = (x + 2y + 1) \cdot (2x + 3y + 3)$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + y = 1$

Derivate parziali	$f_x = 4x + 7y + 5 \quad f_y = 7x + 12y + 9$
Estremi liberi	$S(-3; 1) \quad z = 0 \quad H = -1$
Estremi vincolati	$m(5/4; -3/2) \quad \lambda = -1/4 \quad z = -3/4$ $H = -24$

Domande teoriche.

- 3) Conseguenze del teorema di Barrow-Torricelli (punti 4, 4*)
- 4) Procedura per individuare il rango di una matrice (punti 3*)
- 5) Definizione e significato delle derivate parziali (punti 3*)

Domande teoriche: 1, 2, 3 per la prova completa; 3, 4, 5 per il recupero della II parte.
Punteggi II parte contrassegnati con *.